

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**



«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по НРиПСР

А.М. Макаров

«26» июня 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРИБЛИЖЕННОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ**

Направление подготовки аспирантов

02.06.01 Компьютерные и информационные науки

Профиль (направленность)

01.01.07 Вычислительная математика

Уровень высшего образования

Подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация выпускника

Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения

Очная

ИЖЕВСК 2018



Рабочая программа составлена в соответствии с Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), утвержденным приказом Министерства образования и науки России от 19.11.2013 г. № 1259; с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 02.06.01 «Компьютерные и информационные науки» (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 г. № 864.

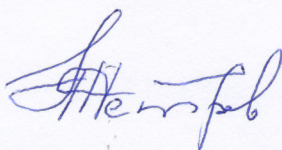
Разработчик программы:

Петров Николай Никандрович,

д.ф.-м.н., профессор, директор ИМИТиФ.

Контактный телефон: (3412) 91-60-92

E-mail: kma3@list.ru



Программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры дифференциальных уравнений, протокол № 5 от 23 мая 2018 г.

Заведующий кафедрой Попов / С.Н. Попова /

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
1. Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
3. Место дисциплины в структуре ОП аспирантуры.....	5
4. Объем дисциплины.....	5
5. Структура дисциплины по видам учебной работы, соотношение тем и формируемых компетенций.....	5
6. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов.....	6
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.....	7
8. Перечень основной и дополнительной литературы.....	7
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	8
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	8
11. Образовательные технологии. Информационные технологии.....	9
12. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	10
13. Особенности организации образовательного процесса по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	10



## 1. Цель и задачи освоения дисциплины

**Целью** освоения дисциплины «Современные методы приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных» является получение углубленных знаний по теории решения дифференциальных уравнений в частных производных, в частности, изучение методов, позволяющих находить приближенные решения уравнений в частных производных со сложными краевыми условиями.

**Задачами** изучения дисциплины являются:

- демонстрация взаимосвязи изучаемого курса с остальными курсами фундаментальной математики, с одной стороны, как одной из составляющих этого фундамента математики, с другой – как зависимую от остальных направлений математики, т.е. использующую приемы и методы других фундаментальных разделов математики;
- ознакомление аспирантов с современными основами приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных;
- дальнейшее совершенствование общематематической культуры.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения

**по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате изучения дисциплины аспирант должен:

**знать:** внутреннюю логику, связывающую курс «Современные методы приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных» с такими курсами, как математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, численные методы, функциональный анализ.

**уметь:** применять методы решения дифференциальных уравнений в частных производных для моделирования реальных процессов.

**владеть:** навыками исследования и решения задач дифференциальных уравнений в частных производных приближенными методами.

Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для профессиональной деятельности аспирантов.

Изучение дисциплины позволит сформировать компетенции обучающегося:

ОПК-1, ПК-1, ПК-2, УК-2, УК-4, УК-5, а именно:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

способность к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук в соответствии с профилем 01.01.07 – вычислительная математика (ПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по образовательным программам высшего образования (ПК-2);

способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки (УК-2);

готовность использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках (УК-4);

способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития (УК-5).

### 3. Место дисциплины в структуре ОП аспирантуры

Дисциплина входит в Вариативную часть профессионального цикла ОП аспирантуры. Дисциплина адресована аспирантам второго года обучения.

Программа дисциплины построена блочно-модульно и в ней выделены разделы:

1. Краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.
2. Теория МКЭ для двумерных нестационарных задач
3. Схемы МКЭ для двумерных нестационарных задач.
4. Программная реализация МКЭ на основе линейных элементов для эллиптических задач.
5. Пакет программ pdeTool для решения задач математической физики.

### 4. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет; 108 часов, из них 30 аудиторных (30 часов лекций), 77 часов самостоятельной работы студентов и 1 час контроля.

### 5. Структура дисциплины по видам учебной работы, соотношение тем и формируемых компетенций

	Наименование тем	Всего	Лекции	СРС	Коды компетенций
1.	Краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка	14	4	10	Все формируемые
2.	Теория МКЭ для двумерных нестационарных задач	23	6	17	Все формируемые
3.	Схемы МКЭ для двумерных нестационарных задач	21	6	15	Все формируемые
4.	Программная реализация МКЭ на основе линейных элементов для эллиптических задач	21	6	15	Все формируемые
5.	Пакет программ pdeTool для решения задач математической физики	28	8	20	Все формируемые
	<b>Итого:</b>	<b>107</b>	<b>30</b>	<b>77</b>	

### Содержание дисциплины

#### Темы и их аннотации

**1. Краевые задачи для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.** Классическая формулировка эллиптических, параболических и гиперболических краевых задач. Пространства Соболева. Обобщенная формулировка краевых задач.

**2. Теория МКЭ для двумерных нестационарных задач.** Пространства конечных элементов. Лагранжевы элементы различного порядка. МКЭ на основе лагранжевых элементов. Система МКЭ. Численное интегрирование. Разрешимость схем с численным интегрированием. Точность схем МКЭ.

**3. Схемы МКЭ для двумерных нестационарных задач.** Полудискретные схемы МКЭ для начально-краевых задач. Формулировка схемы МКЭ для задачи Коши. Схемы МКЭ для задач на собственные значения для эллиптических операторов.

**4. Программная реализация МКЭ на основе линейных элементов для эллиптических задач.** Построение двумерных треугольных сеток в MatLab. Определение геометрии области. Кодировка

треугольных сеток. Создание и хранение разреженных матриц. Программирование рассылки элементов. Учет краевых условий. Формирование системы МКЭ. Численное исследование точности метода.

**5. Пакет программ pdetool для решения задач математической физики.** Структура пакета pdetool. Решение простейшей двумерной задачи эллиптического типа. Построение сеток в пакете pdetool. Кодировка сеток. Задание краевых и начальных условий. Виды графического представления решения. Экспорт данных и решения в MatLab.

## **6. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов**

### **Структура СРС**

Самостоятельная работа аспирантов заключается в выполнении ими домашних работ и изучению ряда тем курса с использованием соответствующей литературы. Преподаватель определяет список отдельных тем курса, которые студенты самостоятельно должны изучить более глубоко. Они могут использовать как основную, так и дополнительную литературу. С возникающими в процессе изучения этих тем вопросами студенты могут обратиться к преподавателю во время, отведенное для консультаций.

### **Содержание СРС.**

#### **Вопросы для самостоятельного изучения**

1. Классическая формулировка эллиптических, параболических и гиперболических краевых задач.
2. Пространства Соболева.
3. Обобщенная формулировка начально-краевых задач.
4. Пространства конечных элементов.
5. Лагранжевы элементы различного порядка.
6. МКЭ на основе лагранжевых элементов.
7. Алгоритм формирования системы МКЭ.
8. Алгоритм вычисления матрицы и вектора сил.
9. Алгоритм решения задачи.
10. Полудискретные схемы МКЭ для начально-краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов.
11. Формулировка схемы МКЭ в виде задачи Коши.
12. Схемы МКЭ для задач на собственные значения для эллиптических операторов.

### **Учебно-методические материалы для СРС**

#### **Основная литература**

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978.
3. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. - М.: Наука, 1984.
4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1989.
5. Рябенский В.С. Введение в вычислительную математику. - М.: Физматлит, 1994.
6. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. - М.: Мир, 1999.
7. Хейгеман Л., Янг Д. Прикладные итерационные методы. - М.: Мир, 1989.
8. Жермен-Лакур П., Жорж П.Л., Пистр Ф., Безье П. Математика и САПР. В 2-х кн. Кн. 2 - М.: Мир, 1988.

#### **Дополнительная литература**

1. Лисейкин В.Д. Обзор методов построения структурных адаптивных сеток // Журн. вычисл. математики и матем. физики. - 1996. - Т. 36. - № 1.
2. Уманский С.Э. Алгоритм и программа триангуляции двумерной области

произвольной формы // Проблемы прочности. - 1978. - № 6.

З.Альес М.Ю., Копысов С.П., Варнавский А.И., Новиков А.К. Построение диаграмм Вороного и триангуляции Делоне на плоскости и в пространстве. - Ижевск, 1996. (Препринт УрО РАН, Ин-т прикл. механики).

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

Оценка качества освоения дисциплины включает текущий контроль и промежуточную аттестацию обучающихся. Текущий контроль освоения дисциплины осуществляется в виде зачета.

### **Оценочные средства по дисциплине Вопросы к зачету.**

1. Решить данную краевую задачу эллиптического типа в заданной составной области, используя `pdetool`. Получить графическое представление решения в заданном виде. Исследовать зависимость погрешности решения от числа узлов сетки.
2. Решить данную начально-краевую задачу параболического типа в заданной составной области, используя `pdetool`. Получить графическое представление решения в заданном виде. Исследовать зависимость погрешности решения от числа узлов сетки.
3. Решить данную начально-краевую задачу гиперболического типа в заданной составной области, используя `pdetool`. Получить графическое представление решения в заданном виде. Исследовать зависимость погрешности решения от числа узлов сетки.
4. Решить данную задачу на собственные значения для эллиптического оператора в заданной составной области, используя `pdetool`. Получить графическое представление решения в заданном виде. Исследовать зависимость погрешности первого собственного числа от числа узлов сетки.

## **8. Перечень основной и дополнительной литературы Основная литература**

1. Даутов Р.З. Введение в теорию метода конечных элементов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Прикладная математика и информатика" и по направлению "Прикладная математика и информатика" / Р. З. Даутов, М. М. Карчевский. Изд. 2-е, испр. Казань: Казанский университет, 2011. 237 с.: ил.; 21. Библиогр.: с. 228-229 (25 назв.). Предм. указ.: с. 234-237. ISBN 978-5-98180-993-42.
2. Даутов Р.З. Программная реализация метода конечных элементов в MATLAB - Казань, КФУ, 2014, 106 с. [http://repository.kpfu.ru/?p\\_id=99042](http://repository.kpfu.ru/?p_id=99042)
3. Даутов Р.З. Практикум по курсу численные методы. Решение задачи Коши для системы ОДУ. - Казань, КФУ, 2014, 100 с. [http://repository.kpfu.ru/?p\\_id=99043](http://repository.kpfu.ru/?p_id=99043)
4. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: 3. учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т. Казань: Казанский университет, 2012. 121 с.

### **Дополнительная литература**

1. Карчевский, М. М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы: учебное пособие / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова.—Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008.—227 с.
2. Самарский А. А. Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов / А. А.

Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. 3-е изд., стер. Санкт-Петербург: Лань, 2005. 288 с.

3. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. Казань: Казанский университет. 2012. 240 с. (с грифом УМО).

## **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

### **Электронно-библиотечные системы (ЭБС):**

- УдНОЭБ (Удмуртская научно-образовательная электронная библиотека). конференций, периодические и продолжающиеся издания УдГУ. Доступ к ЭБ предоставлен с сайта научной библиотеки УдГУ по адресу: <http://lib.udsu.ru/>, раздел УдНОЭБ, или по прямой ссылке <http://elibrary.udsu.ru/>
- ЭБС «ЮРАЙТ». Адрес для работы: <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Лань». Адрес для работы: <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС IPRbooks. Адрес для работы: <http://iprbookshop.ru/>.

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### **1. Подготовка к лекциям**

Лекция является важнейшей формой организации учебного процесса. Она знакомит с новым учебным материалом, разъясняет учебные элементы, трудные для понимания, систематизирует учебный материал, ориентирует в учебном процессе. Для того чтобы лекция для студента была продуктивной, к ней надо готовиться. Подготовка к лекции заключается в следующем:

- ☐ узнайте тему лекции( по тематическому плану по информации лектора),
- ☐ прочитайте учебный материал по учебнику и учебным пособиям
- ☐ уясните место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке,
- ☐ выпишите основные термины
- ☐ ответьте на контрольные вопросы по теме лекции
- ☐ уясните, какие учебные элементы остались для вас неясными,
- ☐ запишите вопросы, которые вы зададите лектору на лекции

### **2. Рекомендации по организации самостоятельной работы студентов**

Самостоятельная работа над учебным материалом является составной частью обучения аспиранта. По математическим курсам она складывается из чтения конспекта лекций и учебника, решения практических задач, самопроверки и выполнения контрольных заданий. Кроме этого, аспирант может обращаться с вопросами к преподавателю для получения устной или письменной консультации.

Завершающим этапом изучения дисциплины является сдача зачёта или экзамена в соответствии с учебным планом.

Полезно знать и применять на практике следующие основные принципы организации самостоятельной работы по ее отдельным видам.

#### **2.1. Чтение учебника**

1. Изучая материал по учебнику или конспекту лекций, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, проделывая на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые по их простоте пропущены в первоисточнике). При наличии в учебнике пропусков «тривиальных вычислений» две пропущенные тривиальности могут в совокупности образовать непреодолимое препятствие в изучении математической дисциплины.



2. Особое внимание следует обращать на определение основных понятий курса, которые отражают количественную сторону или пространственные свойства реальных объектов и процессов и возникают в результате абстракции из этих свойств и процессов. Без этого невозможно успешное изучение математики. Следует подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.

3. Необходимо понимать, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.

4. При изучении материала рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы и уравнения на отдельные листы. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании они выделялись и лучше запоминались.

## **2.2. Консультации**

1. Если в процессе работы над изучением теоретического материала или при решении задач у аспиранта возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся (неясность терминов, формулировок теорем, отдельных задач и др.), он может обратиться к преподавателю для получения от него указаний в виде письменной или устной консультации.

2. Если аспирант не разобрался в теоретических объяснениях или в доказательстве теоремы, или в выводе формулы по учебнику, то нужно указать, какой это учебник, год его издания и страницу, где рассмотрен затрудняющий его вопрос, и что именно его затрудняет.

## **2.3. Самопроверка**

1. После изучения определенной темы по конспекту или учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач аспиранту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем, проверяя себя каждый раз по первоисточнику.

2. Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад, еще раз внимательно разобраться в материале конспекта или учебника, порешать задачи, и вновь выучить плохо усвоенный раздел.

# **11. Образовательные технологии. Информационные технологии**

При проведении занятий и организации самостоятельной работы аспирантов используются традиционные технологии сообщающего обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: технологии контекстного обучения, моделирующие реальную социально-профессиональную деятельность. Основной единицей содержания контекстного обучения выступает проблемная ситуация в учебно-профессиональной, квазипрофессиональной и реальной профессиональной деятельности. Формы занятий предметные лекции, лабораторно-практические занятия, анализ возможностей использования математики в конкретных профессиональных ситуациях.

Использование традиционных технологий обеспечивает базовые знания в области фундаментальной математики и компьютерных наук и владение навыками практического использования математических методов при анализе различных задач.

В процессе изучения теоретических разделов курса используются новые образовательные технологии обучения: Технология систематизации и визуализированной презентации знаний предполагает определение многообразных связей и отношений между изучаемыми предметами и явлениями, их упорядочивание на основе установления сходства или различия между ними, наглядное представление структурно-функциональных связей и отношений в форме схем, таблиц, рисунков, знаково-символических моделей. Формы занятий предметные лекции, лабораторно-

практические занятия включают в себя ситуационный анализ, работу со схемами, математическое и компьютерное моделирование.

Технология развивающего обучения ориентированна на актуализацию профессионально-личностного потенциала, социально-профессионального развития, обеспечение субъект-субъектного взаимодействия всех участников образовательного процесса. Формы занятий предметные лекции, лабораторно-практические занятия предусматривают анализ и решение нестандартных задач, проектную и другие виды активной деятельности студентов.

При проведении практических занятий используются: информационная и коммуникационная технологии, основанные на использовании электронных средств: компьютера, аудиовизуальных средств, гипертекстов. Эти средства опосредуют взаимодействие педагогов и обучающихся, обеспечивают интерактивный диалог, возможность индивидуализировать процесс обучения, доступ к информационным каналам и сетям.

Данные технологии обеспечивают диагностику в процессе обучения степени сформированности каждой из указанной компетенций, а также способствуют эффективности формирования заявленных компетенций.

Выбор методов обучения и закрепления практических навыков в ходе практических занятий зависит не только от содержания, цели, формы и организации занятия. Необходимо учитывать также двухсторонний характер процесса обучения: совместная деятельность преподавателя и студентов.

Одним из лучших приемов привлечения интереса, активизации внимания и мыслительной деятельности студентов на лекции является проблемный характер изложения, при котором студентам не преподносится готовый результат (готовая формулировка теоремы и готовое ее доказательство, кем-то и когда-то полученные), а ставится задача, проблема и при активном участии студентов выбирается способ решения, проводится решение и формулируется вывод.

Содержание лекционного курса должно быть продумано лектором на весь период обучения. При составлении рабочей программы следует иметь в виду, что результат обучения измеряется не количеством сообщенной информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием способностей обучаемого к дальнейшему самостоятельному образованию.

## **12. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Учебные аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий, доступ студентов к компьютеру с лицензионным ПО, подключением к сети Internet.

## **13. Особенности организации образовательного процесса по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Реализация дисциплины для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Для адаптации программы освоения дисциплины используются следующие методы:

- для лиц с нарушениями слуха используются методы визуализации информации (презентации, использование компьютера для передачи текстовой информации, интерактивная доска, участие сурдолога и др.)

- для лиц с нарушениями зрения используются такие методы, как увеличение текста и картинки (в программах Windows), программы-синтезаторы речи, в том числе в ЭБС, звукозаписывающие устройства (диктофоны), компьютеры с соответствующим программно-аппаратным обеспечением и портативные компьютеризированные устройства.

Для маломобильных групп населения имеется необходимое материально-техническое обеспечение (пандусы, оборудованные санитарные комнаты, кнопки вызова персонала, оборудованные аудитории для лекционных и практических занятий), возможно применение ассистивных технологий и средств.

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.), при необходимости выделяется дополнительное время на подготовку и предоставляются необходимые технические средства.