

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УДМУРТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**



«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по НРиИ
И.В. Меньшиков
«30» июня 2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Направление подготовки аспирантов

01.06.01 Математика и механика

Профиль (направленность)

01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление

Уровень высшего образования

Подготовка кадров высшей квалификации

Квалификация выпускника

Исследователь. Преподаватель-исследователь

Форма обучения

Очная

ИЖЕВСК 2015

Рабочая программа составлена в соответствии с Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), утвержденным приказом Министерства образования и науки России от 19.11.2013 г. № 1259; с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика» (уровень подготовки кадров высшей квалификации), утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 г. № 866.

Разработчик программы:

Попова Светлана Николаевна, *Нова*

д.ф.-м.н., доцент, профессор кафедры дифференциальных уравнений.

Контактный телефон: (3412) 91-60-92

E-mail: udsu.popova.sn@gmail.com

Программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры дифференциальных уравнений, протокол № 7 от 20 мая 20 15 г.

Заведующий кафедрой *Н.Н. Петров* / Н.Н. Петров /

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
1. Цель и задачи освоения дисциплины.....	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
3. Место дисциплины в структуре ОП аспирантуры.....	5
4. Объем дисциплины.....	5
5. Структура дисциплины по видам учебной работы, соотношение тем и формируемых компетенций.....	5
6. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов.....	6
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.....	6
8. Перечень основной и дополнительной литературы.....	7
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	7
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	8
11. Образовательные технологии. Информационные технологии.....	9
12. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	10
13. Особенности организации образовательного процесса по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	10

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Качественная теория дифференциальных уравнений» является получение углубленных знаний по теории систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в частности, изучение методов, позволяющим исследовать поведение траекторий автономной дифференциальной системы во всей области ее задания без интегрирования системы.

Задачами изучения дисциплины являются:

- демонстрация взаимосвязи изучаемого курса с остальными курсами фундаментальной математики, с одной стороны, как одной из составляющих этого фундамента математики, с другой – как зависимую от остальных направлений математики, т.е. использующую приемы и методы других фундаментальных разделов математики;
- ознакомление аспирантов с основами качественной теории дифференциальных уравнений;
- дальнейшее совершенствование общематематической культуры.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате изучения дисциплины аспирант должен:

знать: внутреннюю логику, связывающую курс «Качественная теория дифференциальных уравнений» с такими курсами, как математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, общая топология, функциональный анализ; основные понятия и результаты по качественной теории дифференциальных уравнений.

уметь: применять методы качественной теории дифференциальных уравнений для исследования поведения траекторий автономных систем.

владеть: навыками исследования и решения задач качественной теории дифференциальных уравнений.

Получаемые знания лежат в основе математического образования и необходимы для профессиональной деятельности аспирантов.

Изучение дисциплины позволит сформировать компетенции обучающегося:

ОПК-1, ПК-1, ПК-2, УК-2, УК-4, УК-5, а именно:

способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1);

способность к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук в соответствии с профилем 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление (ПК-1);

готовность к преподавательской деятельности по образовательным программам высшего образования (ПК-2);

способность проектировать и осуществлять комплексные исследования, в том числе междисциплинарные, на основе целостного системного научного мировоззрения с использованием знаний в области истории и философии науки (УК-2);

готовность использовать современные методы и технологии научной коммуникации на государственном и иностранном языках (УК-4);

способность планировать и решать задачи собственного профессионального и личностного развития (УК-5).

3. Место дисциплины в структуре ОП аспирантуры

Дисциплина входит в Вариативную часть профессионального цикла ОП аспирантуры.

Дисциплина адресована аспирантам второго года обучения.

Программа дисциплины построена блочно-модульно и в ней выделены разделы:

1. Общие свойства движений и траекторий автономных систем дифференциальных уравнений.
2. Системы 2-го порядка общего вида.
3. Поведение траекторий в окрестности периодического движения.
4. Некоторые вопросы общей теории динамических систем.
5. Элементы эргодической теории.

4. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет; 108 часов, из них 30 аудиторных (30 часов лекций), 77 часов самостоятельной работы студентов и 1 час контроля.

5. Структура дисциплины по видам учебной работы, соотношение тем и формируемых компетенций

	Наименование тем	Всего	Лекции	СРС	Коды компетенций
1.	Общие свойства движений и траекторий автономных систем дифференциальных уравнений	14	4	10	Все формируемые
2.	Системы 2-го порядка общего вида	23	6	17	Все формируемые
3.	Поведение траекторий в окрестности периодического движения	21	6	15	Все формируемые
4.	Применение общей теории динамических систем к качественному исследованию автономных систем	28	8	20	Все формируемые
5.	Элементы эргодической теории	21	6	15	Все формируемые
	Итого:	107	30	77	

Содержание дисциплины

Темы и их аннотации

1. Общие свойства движений и траекторий автономных систем дифференциальных уравнений. Векторное поле в одномерном случае. Автономные системы на плоскости. Поведение траекторий на поверхности тора.

2. Системы 2-го порядка общего вида. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Геометрическая классификация особых точек. Исключительные направления. Поведение траекторий в нормальной области.

3. Поведение траекторий в окрестности периодического движения. Метод Ляпунова. Метод поверхностей сечения.

4. Применение общей теории динамических систем к качественному исследованию автономных систем. Альфа- и омега-предельные множества. Устойчивость по Пуассону. Возвращаемость областей. Минимальные множества.

5. Элементы эргодической теории. Основные определения и свойства. Эргодичность и перемешивание. Теорема Биркгофа-Хинчина. Динамические системы на торе.

6. Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов

Структура СРС

Самостоятельная работа аспирантов заключается в выполнении ими домашних работ и изучению ряда тем курса с использованием соответствующей литературы. Преподаватель определяет список отдельных тем курса, которые студенты самостоятельно должны изучить более глубоко. Они могут использовать как основную, так и дополнительную литературу. С возникающими в процессе изучения этих тем вопросами студенты могут обратиться к преподавателю во время, отведенное для консультаций.

Содержание СРС.

Вопросы для самостоятельного изучения

1. Траектории линейной автономной системы на плоскости. Классификация Пуанкаре особых точек.
2. Классификация фазовых портретов для однородных полиномиальных систем.
3. Исключительные направления системы в особой точке.
4. Система уравнений в вариациях.
5. Общие свойства динамических систем.

Учебно-методические материалы для СРС

Основная литература

1. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. Москва-Ижевск: РХД, 2004. 448 с.
2. Оболенский А.Ю. Лекции по качественной теории дифференциальных уравнений. Москва-Ижевск: РХД, 2005. 319 с.
3. Оболенский А.Ю. Лекции по качественной теории дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] / А.Ю. Оболенский. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2006. — 320 с. — 5-93972-458-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16552.html>
4. Коддингтон Э.Л., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Изд-во иностр. литер., 1958. 474 с.

Дополнительная литература

1. Андреев А.Ф. Введение в локальную качественную теорию дифференциальных уравнений. С.-Петербург: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2003. 159 с.
2. Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории. М.: Изд-во «ФМЛ», 1995. 202 с.
3. Халмош П.Р. Лекции по эргодической теории. Москва-Ижевск: РХД, 1999. 134 с.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Оценка качества освоения дисциплины включает текущий контроль и промежуточную аттестацию обучающихся. Текущий контроль освоения дисциплины осуществляется в виде зачета.

Оценочные средства по дисциплине Вопросы к зачету.

1. Определение и свойства фазовых траекторий автономных систем.
2. Групповое свойство фазовых траекторий.
3. Характеристическое уравнение и характеристические направления автономной системы.
4. Характеристическое уравнение автономной системы в полярных координатах.
5. Виды нормальных областей.
6. Изолированные исключительные направления.
7. Неизолированные исключительные направления.

8. Перечень основной и дополнительной литературы Основная литература

1. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. Москва-Ижевск: РХД, 2004. 448 с.
2. Оболенский А.Ю. Лекции по качественной теории дифференциальных уравнений. Москва-Ижевск: РХД, 2005. 319 с.
3. Оболенский А.Ю. Лекции по качественной теории дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] / А.Ю. Оболенский. — Электрон. текстовые данные. — Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2006. — 320 с. — 5-93972-458-2. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/16552.html>
4. Коддингтон Э.Л., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Изд-во иностр. литер., 1958. 474 с.

Дополнительная литература

1. Андреев А.Ф. Введение в локальную качественную теорию дифференциальных уравнений. С.-Петербург: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2003. 159 с.
2. Синай Я.Г. Современные проблемы эргодической теории. М.: Изд-во «ФМЛ», 1995. 202 с.
3. Халмош П.Р. Лекции по эргодической теории. Москва-Ижевск: РХД, 1999. 134 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Электронно-библиотечные системы (ЭБС):

- УдНОЭБ (Удмуртская научно-образовательная электронная библиотека).конференций, периодические и продолжающиеся издания УдГУ. Доступ к ЭБ предоставлен с сайта научной библиотеки УдГУ по адресу: <http://lib.udsu.ru/>, раздел УдНОЭБ, или по прямой ссылке <http://elibrary.udsu.ru/>
- ЭБС «ЮРАЙТ». Адрес для работы: <http://www.biblio-online.ru>
- ЭБС «Лань». Адрес для работы: <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС IPRbooks. Адрес для работы: <http://iprbookshop.ru/>.

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. Подготовка к лекциям

Лекция является важнейшей формой организации учебного процесса. Она знакомит с новым учебным материалом, разъясняет учебные элементы, трудные для понимания, систематизирует учебный материал, ориентирует в учебном процессе. Для того чтобы лекция для студента была продуктивной, к ней надо готовиться. Подготовка к лекции заключается в следующем:

- ☐ узнайте тему лекции(по тематическому плану по информации лектора),
- ☐ прочитайте учебный материал по учебнику и учебным пособиям,
- ☐ уясните место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке,
- ☐ выпишите основные термины,
- ☐ ответьте на контрольные вопросы по теме лекции
- ☐ уясните какие учебные элементы остались для вас неясными
- ☐ запишите вопросы, которые вы зададите лектору на лекции.

2. Рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа над учебным материалом является составной частью обучения аспиранта. По математическим курсам она складывается из чтения конспекта лекций и учебника, решения практических задач, самопроверки и выполнения контрольных заданий. Кроме этого, аспирант может обращаться с вопросами к преподавателю для получения устной или письменной консультации.

Завершающим этапом изучения дисциплины является сдача зачёта или экзамена в соответствии с учебным планом.

Полезно знать и применять на практике следующие основные принципы организации самостоятельной работы по ее отдельным видам.

2.1. Чтение учебника

1. Изучая материал по учебнику или конспекту лекций, следует переходить к следующему вопросу только после правильного понимания предыдущего, проделывая на бумаге все вычисления (в том числе и те, которые по их простоте пропущены в первоисточнике). При наличии в учебнике пропусков «тривиальных вычислений» две пропущенные тривиальности могут в совокупности образовать непреодолимое препятствие в изучении математической дисциплины.

2. Особое внимание следует обращать на определение основных понятий курса, которые отражают количественную сторону или пространственные свойства реальных объектов и процессов и возникают в результате абстракции из этих свойств и процессов. Без этого невозможно успешное изучение математики. Следует подробно разбирать примеры, которые поясняют такие определения, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно.

3. Необходимо понимать, что каждая теорема состоит из предположений и утверждения. Все предположения должны обязательно использоваться в доказательстве. Нужно добиваться точного представления о том, в каком месте доказательства использовано каждое предположение теоремы. Полезно составлять схемы доказательств сложных теорем. Правильному пониманию многих теорем помогает разбор примеров математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в предположениях и утверждениях теорем.

4. При изучении материала рекомендуется выписывать определения, формулировки теорем, формулы и уравнения на отдельные листы. Выводы, полученные в виде формул, ре-

комендуется подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании они выделялись и лучше запоминались.

2.2. Консультации

1. Если в процессе работы над изучением теоретического материала или при решении задач у аспиранта возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся (неясность терминов, формулировок теорем, отдельных задач и др.), он может обратиться к преподавателю для получения от него указаний в виде письменной или устной консультации.

2. Если аспирант не разобрался в теоретических объяснениях или в доказательстве теоремы, или в выводе формулы по учебнику, то нужно указать, какой это учебник, год его издания и страницу, где рассмотрен затрудняющий его вопрос, и что именно его затрудняет.

2.3. Самопроверка

1. После изучения определенной темы по конспекту или учебнику и решения достаточного количества соответствующих задач аспиранту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем, проверяя себя каждый раз по первоисточнику.

2. Иногда недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо вернуться назад, еще раз внимательно разобраться в материале конспекта или учебника, порешать задачи, и вновь выучить плохо усвоенный раздел.

11. Образовательные технологии.

Информационные технологии

При проведении занятий и организации самостоятельной работы аспирантов используются традиционные технологии сообщающего обучения, предполагающие передачу информации в готовом виде, формирование учебных умений по образцу: технологии контекстного обучения, моделирующие реальную социально-профессиональную деятельность. Основной единицей содержания контекстного обучения выступает проблемная ситуация в учебно-профессиональной, квазипрофессиональной и реальной профессиональной деятельности. Формы занятий предметные лекции, лабораторно-практические занятия, анализ возможностей использования математики в конкретных профессиональных ситуациях.

Использование традиционных технологий обеспечивает базовые знания в области фундаментальной математики и компьютерных наук и владение навыками практического использования математических методов при анализе различных задач.

В процессе изучения теоретических разделов курса используются новые образовательные технологии обучения: Технология систематизации и визуализированной презентации знаний предполагает определение многообразных связей и отношений между изучаемыми предметами и явлениями, их упорядочивание на основе установления сходства или различия между ними, наглядное представление структурно-функциональных связей и отношений в форме схем, таблиц, рисунков, знаково-символических моделей. Формы занятий предметные лекции, лабораторно-практические занятия включают в себя ситуационный анализ, работу со схемами, математическое и компьютерное моделирование.

Технология развивающего обучения ориентированна на актуализацию профессионально-личностного потенциала, социально-профессионального развития, обеспечение субъект-субъектного взаимодействия всех участников образовательного процесса. Формы занятий предметные лекции, лабораторно-практические занятия предусматривают анализ и решение нестандартных задач, проектную и другие виды активной деятельности студентов.

При проведении практических занятий используются: информационная и коммуникационная технологии, основанные на использовании электронных средств: компьютера, аудиовизуальных средств, гипертекстов. Эти средства опосредуют взаимодействие педа-

гогов и обучающихся, обеспечивают интерактивный диалог, возможность индивидуализировать процесс обучения, доступ к информационным каналам и сетям.

Данные технологии обеспечивают диагностику в процессе обучения степени сформированности каждой из указанной компетенций, а также способствуют эффективности формирования заявленных компетенций.

Выбор методов обучения и закрепления практических навыков в ходе практических занятий зависит не только от содержания, цели, формы и организации занятия. Необходимо учитывать также двухсторонний характер процесса обучения: совместная деятельность преподавателя и студентов.

Одним из лучших приемов привлечения интереса, активизации внимания и мыслительной деятельности студентов на лекции является проблемный характер изложения, при котором студентам не преподносится готовый результат (готовая формулировка теоремы и готовое ее доказательство, кем-то и когда-то полученные), а ставится задача, проблема и при активном участии студентов выбирается способ решения, проводится решение и формулируется вывод.

Содержание лекционного курса должно быть продумано лектором на весь период обучения. При составлении рабочей программы следует иметь в виду, что результат обучения измеряется не количеством сообщенной информации, а качеством ее усвоения, умением ее использовать и развитием способностей обучаемого к дальнейшему самостоятельному образованию.

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения лекционных и лабораторных занятий, доступ студентов к компьютеру с Microsoft Office.

13. Особенности организации образовательного процесса по дисциплине для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Реализация дисциплины для лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Для адаптации программы освоения дисциплины используются следующие методы:

- для лиц с нарушениями слуха используются методы визуализации информации (презентации, использование компьютера для передачи текстовой информации, интерактивная доска, участие сурдолога и др.)

- для лиц с нарушениями зрения используются такие методы, как увеличение текста и картинки (в программах Windows), программы-синтезаторы речи, в том числе в ЭБС, звукозаписывающие устройства (диктофоны), компьютеры с соответствующим программно-аппаратным обеспечением и портативные компьютеризированные устройства.

Для маломобильных групп населения имеется необходимое материально-техническое обеспечение (пандусы, оборудованные санитарные комнаты, кнопки вызова персонала, оборудованные аудитории для лекционных и практических занятий), возможно применение ассистивных технологий и средств.

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.), при необходимости выделяется дополнительное время на подготовку и предоставляются необходимые технические средства.